SEMAT
15ª Semana de Matemática e Educação Matemática
Campus Bragança Paulista
INSTITUTO FEDERAL São Paulo Campus Bragança Paulista
6 a 9 de maio de 2026 - IFSP - Campus Bragança Paulista

ISSN 2527 - 1121

A definição em matemática, segundo Amoroso Costa: um estudo do capítulo 2 do livro 'As idéas fundamentaes da mathematica'

Gustavo Silva Ramos[1]

Rodrigo Rafael Gomes[2]

RESUMO

O presente artigo apresenta uma análise dos manuscritos originais do segundo capítulo da obra *As idéas fundamentaes da mathematica* (1929), de Manuel Amoroso Costa. A partir da transcrição de duas versões dos manuscritos do capítulo 2, que estão disponíveis de forma online no acervo do Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST), foram realizadas as identificações e análises das referências bibliográficas utilizadas por Costa. A análise mostra as diferenças e semelhanças entre os manuscritos e a versão publicada, revelando as diferentes tomadas de decisão de Amoroso Costa durante o processo de escrita. Foram observados autores como Brunschvicg, Russell, Rougier e outros na construção do capítulo; entretanto, na versão publicada, somente Russell aparece diretamente, enquanto os demais autores foram mesclados ao texto.

Palavras-Chave: história da matemática; Manuel Amoroso Costa; manuscritos de cientistas; transcrição diplomática.

1 INTRODUÇÃO (justificativa implícita e objetivos)

Nascido em 1885 e falecido em 1928 em decorrência de um acidente aéreo, Manuel Amoroso Costa foi engenheiro civil e bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro, instituição na qual atuou como docente em diferentes momentos entre 1912 e o ano de sua morte (Fabris; Guimarães, 2024; Silva, 2000). Destacou-se também como defensor da prática teórica da matemática em um período em que ainda não existiam, no país, cursos superiores voltados especificamente para a formação de matemáticos (Gomes, 2021).

[1]Graduado do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – SP, gustavo.ramos@aluno.ifsp.edu.br

[2] Doutor em Educação Matemática pela UNESP e docente do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - SP, rodrafagomes@ifsp.edu.br

Amoroso Costa foi um personagem importante na divulgação científica no Brasil, especialmente no campo da matemática (Massarani, 1998). ele defendia a valorização de uma matemática pura e desinteressada nas universidades brasileiras. Para Amoroso Costa, o estudo da matemática deveria ir além de suas aplicações imediatas. No entanto, ainda que tal estudo fosse considerado "desinteressado", não é possível determinar previamente se uma investigação é útil ou não, uma vez que, ao longo da história, pesquisas inicialmente abstratas e sem relação direta com a realidade acabaram adquirindo, posteriormente, grande valor prático.

Com isso em mente, Amoroso Costa escreveu uma obra que veio a ser publicada postumamente em 1929, chamada *As idéas fundamentaes da mathematica*, que é o foco deste artigo. Neste livro, dividido em dezenove capítulos, Amoroso aborda as noções e os conceitos matemáticos que, segundo ele, eram fundamentais em sua época.

Neste artigo, apresentamos nossas observações acerca da pesquisa de iniciação científica desenvolvida no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (PIBIFSP), que tem como objeto de análise o segundo capítulo do livro publicado e em comparação com os rascunhos elaborados por Amoroso Costa para esse capítulo.

2 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do presente artigo, foram inicialmente realizadas as leituras das obras biográficas sobre o autor *Manuel Amoroso Costa: o continuador da obra matemática de Otto de Alencar Silva* (Silva, 2000), *Pureza e desinteresse como distinção: as matemáticas entre engenheiros politécnicos na virada do século XIX para o XX* (Siqueira, 2018) e *Sobre Amoroso Costa: uma conversa com Arthur Gerhardt Santos* (Fabris, 2024), que posteriormente foram socializadas para reflexão, com a finalidade de compreender a influência de Amoroso Costa na história da ciência no Brasil, bem como a relevância de sua obra, de seu trabalho e de sua trajetória.

Em seguida, foi realizada a leitura dos dois primeiros capítulos de *As idéas fundamentaes da mathematica*, com o objetivo de familiarizar-se com os pontos de vista do autor acerca do rigor e da intuição na matemática, conforme apresentados na versão final de seu texto.

Dando continuidade a pesquisa foram utilizados os manuscritos do livro, que estão no acervo do Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST), do Rio de Janeiro, e foram acessados de forma on-line, com a transcrição das duas versões do capítulo 2, contidas nos dossiês AC.T.3.033 e AC.T.3.031, sendo o primeiro o que contém a versão mais próxima da publicação. Como resultado desse processo, foram criadas versões digitais legíveis dos manuscritos, buscando-se manter todas as características dos dossiês, sempre incluindo as partes rasuradas e as notas feitas pelo autor.

De forma concomitante foram identificadas as obras nas quais o autor se baseou para compor o segundo capítulo. Assim foi feito o exame comparativo entre as diferentes versões do texto, que apresentamos a seguir.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O segundo capítulo, na versão publicada, foi dividido em três tópicos: *Definibilidade e Demonstrabilidade*, *As Definições Matemáticas e As Demonstrações Matemáticas*. De acordo com a segunda versão manuscrita do capítulo 2, este denominar-se-ia "*Definição, Demonstração*". O primeiro tópico foi chamado de "*Definir, Demonstrar*", onde o autor fala sobre as diferenças entre definir e demonstrar, além de destacar que também existe uma diferença importante entre noções não definidas e noções indefiníveis.

Amoroso Costa explica que não existem noções absolutamente claras, ou seja, noções que sirvam de base para explicar todos os outros conceitos, já que uma noção pode ser definível em um sistema e em outros essa mesma noção passa a ser primitiva. Assim sendo, mesmo que uma noção não seja definível em uma teoria matemática, isso não significa que ela seja indefinível, pois pode ser definida a partir de outras noções em outra teoria.

A demonstrabilidade segundo ele também pode ser caracterizada da mesma forma e apresenta o mesmo problema: algo pode ser demonstrável em relação a um sistema e indemonstrável em relação a outro.

Neste tópico não há tantas diferenças significativas entre o dossiê AC.T.3.033 e o livro publicado, com exceção do segundo parágrafo, que foi quase inteiramente reformulado. No texto original, Amoroso Costa observa que o método matemático perfeito empregaria somente termos cujos sentidos já tivessem sido explicados e só poderia fazer afirmações demonstradas. Entretanto, no próprio texto, o autor reconhece que tal método seria impossível. Essa reflexão feita pelo autor foi removida da versão publicada, sendo mantido apenas o restante do parágrafo, com uma reformulação na forma como foi escrito.

No tópico "*As definições matemáticas*" do dossiê AC.T.3.033, o autor descreve três tipos de definições. A primeira é a definição nominal, na qual se utilizam termos primitivos para descrever outro termo destituído de sentido, transformando-o em um termo complexo que contém os termos primitivos. Um exemplo dado pelo autor é que, com as noções primitivas “ponto” e “distância”, podemos substituir o termo “esfera” por “conjunto de pontos equidistantes de um dado ponto”. Perceba que, aqui, utilizamos dois termos primitivos para descrever outro termo desconhecido, transformando-o em um termo complexo que também contém outras noções lógicas, como “conjunto” e “equidistância”.

A segunda forma de definição é chamada de definição descritiva; nesse tipo, o autor expressa que essa forma de raciocínio apela para a imaginação do leitor. Entretanto, apesar de ser uma boa ferramenta didática, esse modo de definição não possui, segundo ele, rigor matemático. O autor fornece o seguinte exemplo de definição descritiva, encontrada nos *Elementos*, de Euclides: “O ponto é o que não tem partes.”

O terceiro modo de definição é chamado de definição por abstração. Amoroso Costa não fornece uma explicação sobre o que caracteriza esse tipo de definição, apenas dá exemplos. Sendo eles: “Sejam duas classes de objetos, tais que a cada objeto da primeira classe se possa fazer corresponder um objeto, e um único, da segunda classe, e reciprocamente. Diz-se que as duas classes têm o mesmo número cardeal, ou são equivalentes.” (Costa, 1929, p.32) e “retas paralelas possuem a mesma direção” (Costa, 1929, p.32).

Em relação ao tópico das definições, o livro acabou mantendo quase todo o texto do dossiê AC.T.3.033. Assim sendo, este manuscrito não nos apresenta algo novo ou uma nova forma de interpretar o tópico.

No manuscrito AC.T.3.033, o tópico “*As demonstrações matemáticas*” possui apenas um parágrafo, pois o autor incluiu um tópico adicional chamado “*Teoria dedutiva*”. Entretanto, este último foi incorporado ao primeiro na versão publicada.

Nestes tópicos, o autor afirma que as demonstrações têm como objetivo estabelecer relações entre postulados e teoremas, por meio de um processo que exclui a arbitrariedade. Assim, a teoria dedutiva consiste em um grupo de noções primitivas ligadas entre si por proposições admitidas, que acabam resultando em teoremas.

Ainda em relação a este tópico, Amoroso Costa cita Russel: “A matemática é a ciência na qual nós nunca sabemos de que coisas estamos falando, nem se é verdade o que estamos dizendo.” Frase que pode ser encontrada em *Recent work on the principles of mathematics* (1901). Após essa citação, Amoroso Costa escreve, no manuscrito, uma releitura formal da frase. “um jogo de símbolos indeterminados, ligados entre si por vínculos arbitrários”, entretanto o próprio autor decidiu apagar essa releitura da frase. Mas é interessante ressaltar que, segundo ele, se o que é dito na frase ocorresse de fato, teríamos uma matemática ideal — ou seja, levaríamos a matemática à sua extrema generalidade. Ainda segundo Amoroso Costa, é o esquema formal que compõe o molde que gera o rigor matemático, e é com esse rigor que conseguimos alcançar essa generalidade.

Agora, em relação ao dossiê AC.T.3.031, as diferenças são muito mais evidentes, sendo este muito mais próximo de um rascunho do que de um texto em si. Isso já aparece no título do capítulo, que inicialmente o autor chamou de "*Definição – Demonstração – ~~teoria dedutiva~~*", e, como podemos observar no rascunho, o autor abandonou a ideia de incluir "*teoria dedutiva*" no nome.

Neste manuscrito o tópico "*Definibilidade e Demonstrabilidade*" não existe explicitamente; este tópico no dossiê AC.T.3.031 é composto majoritariamente por citações diretas de Louis Rougier (1889-1982), filosofo francês, conhecido pela introdução do neoliberalismo na França e que também produziu trabalhos na área da matemática, Léon Brunschvicg (1869-1944), filósofo que exerceu grande influência na formação cultural de Amoroso Costa (Santos, 1971), Bertrand Russel (1872-1970), matemático conhecido pela obra Principia Mathematica, e do filosofo suíço Arnold Reymond (1874-1958).

Analisando cada citação, a de Rougier "Toda teoria dedutiva consistirá em um duplo processo de redução: redução de noções umas às outras por definição, redução de proposições umas às outras por demonstração" (Rougier, 1916, p.829, tradução nossa) não foi inserida diretamente no AC.T.3.033 nem no livro, mas aparece indiretamente em ambos, no segundo parágrafo da primeira página. O conceito e as palavras da frase original ainda estão presentes. Mas, em ambas as versões, o autor adicionou mais elementos à frase.

Em relação às citações de Brunschvicg, temos as seguintes:

> Esse método verdadeiro, que formaria demonstrações de altíssima excelência, se fosse possível alcançá-lo, consistiria em duas coisas principais; primeiro, não usar nenhum termo cujo significado não tivesse sido claramente explicado anteriormente; a outra, nunca apresentar nenhuma proposição que não fosse demonstrada por verdades já conhecidas; ou seja, em uma palavra, definir todos os termos e provar todas as proposições. (Brunschvicg, 1912, p.424, tradução nossa).

> Absolutamente impossível: pois é evidente que os primeiros termos que se gostaria de provar pressupõem precedentes para servir para sua explicação, e que, da mesma forma, as primeiras proposições que se desejaria provar pressupõem outras que as precederam; e, portanto, é claro que nunca se chegaram às primeiras. (Brunschvicg, 1912, p.424, tradução nossa).

> Não há conexão necessária entre a definição de uma coisa e a certeza de seu ser; e ... Pode-se definir uma coisa impossível tanto quanto uma coisa real. Assim, podemos

> chamar um triângulo retangular e um triangulo retangular que imaginaríamos ter dois ângulos retos, e então mostrar que tal triângulo é impossível. (Brunschvicg, 1924, p.34, tradução nossa).

Elas compõem parte do segundo parágrafo da primeira página junto da citação de Rougier. Entretanto a terceira citação desaparece completamente do tópico. É importante ressaltar que Brunschvicg estava citando Pascal.

Quanto às citações de Russell, temos as seguintes:

> "... definibilidade é uma palavra que, em Matemática, tem um sentido preciso, embora relativo a um dado conjunto de noções. Dado qualquer conjunto de noções, um termo é definido por meio dessas noções quando, e somente quando, é o único termo que possui para certas dessas noções uma certa relação que por si só é uma dessas noções. Mas, filosoficamente, a palavra definição não foi, como regra, empregada nesse sentido; na verdade, ela tem sido restrita à análise de uma ideia em seus constituintes. Esse uso é inconveniente e, eu acho, inútil.... Portanto, no futuro, ignorarei o sentido filosófico e falarei apenas de definibilidade matemática" (Russel, 1903, p.111, tradução nossa)

As duas citações foram preservadas de alguma forma nas versões seguintes, onde Amoroso Costa passa a concordar com ele ao afirmar que a palavra "definição" é entendida como a análise de uma ideia e de seus componentes. Além disso, ambos concordam que a palavra "definição" vai além disso e que não irão trabalhar o conceito filosófico do termo.

Enquanto a outra citação "... dos três tipos de definição admitidos por Peano — a definição nominal, a definição por postulados e a definição por abstração — reconheço apenas a nominal ..." (Russel, 1903, p.111, tradução nossa), refere-se aos diferentes tipos de definição, que constituem o conteúdo do tópico seguinte. Amoroso Costa remete a esta citação nos dizendo que Russell não reconhece as definições por abstração pois "provêm de uma análise lógica incompleta" (Costa, 1929, p.32), e porque delas podemos extrair definições nominais explícitas. Este trecho aparece logo após as definições por abstração.

Em relação à citação de Reymond, "... É impossível dar provas de todas as coisas. Para isso, teríamos que voltar ao infinito, para que não houvesse nenhuma prova possível" (Remond, 1908, p.32) no manuscrito AC.T.3.033, o autor concorda com a afirmação de que é impossível provar todas as coisas, mas esse trecho foi removido da versão do livro.

Ainda neste tópico, "*Definição – Demonstração – ~~teoria dedutiva~~*", ainda temos um trecho escrito integralmente por Amoroso Costa sobre noções não definidas e indefiníveis, bem como sobre o demonstrável e o indemonstrável, conteúdo que foi mantido e ampliado nas versões seguintes.

O primeiro tópico numerado por Amoroso Costa no manuscrito AC.T.3.031, que depois se tornou o segundo tópico nas versões seguintes, chama-se "*As definições matemáticas*", com a palavra "*nominais*" grifada e centralizada no topo da página. Esse tópico possui menos citações e apresenta um corpo mais definido em relação ao anterior e trata das definições nominais.

Entretanto, o segundo tópico definido pelo autor, chamado "*As Definições Implícitas",* trata das definições descritivas e por abstração. Podemos observar, então, que esses dois tópicos foram fundidos em um único tópico nas versões seguintes. Nesse trecho, o autor se dedica a apresentar suas ideias iniciais sobre definições nominais, descritivas e por abstração, conteúdo que foi mantido e ampliado nas versões seguintes, juntamente com citações ao longo do texto que serão descritas abaixo.

Os autores citados neste tópico foram Russell, o filósofo e linguista francês Louis Couturat (1868-194) e Pierre Boutroux (1880-1922), matemático francês. Porém nenhuma das citações passaram a se tornar parte do texto nas versões seguintes com única exceção de Russel, "Essas definições ... são, estritamente falando, meras conveniências tipográficas" (Russel, 1910, p.12, tradução nossa) que aparece no dossiê AC.T.3.033. Entretanto, esta citação não aparece no livro.

Em relação ao terceiro e último tópico do capítulo dois do dossiê AC.T.3.031, chamado "*A Demonstração Matemática*", o autor passa a descrever o que é demonstrar algo na matemática e, como mencionado anteriormente, afirma que as demonstrações têm como objetivo estabelecer relações entre postulados e teoremas por meio de um processo que exclui a arbitrariedade.

Os trechos escritos pelo autor neste tópico também foram mantidos e ampliados nas versões seguintes. Entretanto, as citações feitas por Russell e Rougier não foram mantidas em nenhuma das versões posteriores, com exceção de uma frase de Russell "Matemática é a ciência em que nunca sabemos do que estamos falando, nem se o que dizemos é verdade" (Russel, 1901, p. 84, tradução nossa) encontrada em *Recent work on the principles of mathematics*, sendo esta a única citação direta mantida em todas as versões.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Todas as referências utilizadas por Amoroso Costa na composição do capítulo 2 de seu livro foram identificas e compiladas. Podemos perceber que o autor se apoiou nos estudiosos citados para compor as ideias que considerava essenciais sobre os tópicos por ele escolhidos.

No primeiro tópico, *Definibilidade e demonstrabilidade*, podemos observar claramente os textos citados de Brunschvicg, Rougier e Russel incorporados ao texto final. Em relação aos tópicos *As Definições Matemáticas* e *As Demonstrações Matemáticas*, testemunhamos que somente Russel se manteve nas versões seguintes.

Este trabalho se dedicou à análise dos textos citados diretamente por Amoroso Costa na elaboração do capítulo 2, mas também foram identificas durante as transcrições algumas citações indiretas, as quais não foi possível abordar.

Concluímos que o segundo capítulo de *As idéas fundamentaes da mathematica* passou por profundas transformações, especialmente por conta das omissões e reformulações que foram avançando a cada versão, em especial do manuscrito AC.T.3.031 em relação ao AC.T.3.033.

Russell foi o único autor citado diretamente na versão final do segundo capítulo, o que significa que, na ausência dos manuscritos, não seria possível determinar as múltiplas influências recebidas por Amoroso Costa na composição de seu texto.

Com tudo isso mente, este trabalho também serviu para reafirmar Amoroso Costa como um personagem importante da divulgação científica e do ensino da matemática no Brasil no início do século XX, contribuindo para a preservação de seu legado.

REFERÊNCIAS

BRUNSCHVICG, Léon. **La philosophie mathématique**. Paris: Félix Alcan, 1912.

BRUNSCHVICG, Léon. **Le génie de Pascal**. Paris: Félix Alcan, 1924.

COSTA, M. A. **As idéas fundamentaes da mathematica**. Rio de Janeiro: Pimenta de Mello, 1929.

COSTA, M.A. **Manuscritos do trabalho 'Idéias fundamentais da matemática'. AC.T.3.031**. Rio de Janeiro: Mast, [s.d.-a]. Disponível em: http://zenith.mast.br/v_dossie_textual_pesqview.php?showdetail=&ID_DOSSIE=127. Acesso em: 3 mar. 2026.

COSTA, M.A. **Manuscritos do trabalho 'Sobre a concepção da matemática pura'. AC.T.3.033**. Rio de Janeiro: Mast, [s.d.-b]. Disponível em: http://zenith.mast.br/v_dossie_textual_pesqview.php?showdetail=&ID_DOSSIE=129. Acesso em: 3 mar. 2026.

FABRIS, J. C.; GUIMARÃES, L. F. Sobre Amoroso Costa: uma conversa com Arthur Gerhardt Santos. **Cadernos de Astronomia**, v. 5, n. 1, p. 124-131, 2024.

GOMES, R.R. **O conceito de número não-arquimediano segnndo Amoroso Costa: primeiras impressões de uma pesquisa**. In: OLIVEIRA, M.N.; GOMES R.R.; PANTANO FILHO, R. Matemática e ciências: ensino, pesquisa e extensão. Salto: Fox Tablet, 2021. p.49-61.

MASSARANI, L. **A divulgação científica no Rio de Janeiro: algumas reflexões sobre a década de 20**. Dissertação (Mestrado em Ciência da Informação) – Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998.

SANTOS, Arthur Gerhardt. Apontamentos para a biografia de Amoroso Costa. In: Manuel Amoroso Costa. **As ideias fundamentais da matemática e outros ensaios**. São Paulo: Grijalbo, p.17-25, 1971.

SILVA, C. P. Manuel Amoroso Costa: o continuador da obra matemática de Otto de Alencar Silva. **Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas**, v. 23, p. 91-101, 2000.

SIQUEIRA, R. M. Pureza e desinteresse como distinção: as matemáticas entre engenheiros politécnicos na virada do século XIX para o XX. **História Unisinos**, v. 22, n. 4, p. 534-546, nov./dez. 2018.

REYMOND, Arnold. **Logique et mathématiques**. Paris: Félix Alcan, 1908.

ROUGIER, Louis. La démonstration géométrique et le raisonnement déductif. **Revue de Métaphysique et de Morale**, Paris, t. 23, p. 809–858, 1916.

RUSSELL, Bertrand. **The principles of mathematics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1903.

RUSSELL, Bertrand. Recent work on the principles of mathematics. **International Monthly**, New York, v. 4, p. 83–101, 1901.

WHITEHEAD, Alfred North; RUSSELL, Bertrand. **Principia mathematica**. Cambridge: Cambridge University Press, 1910–1913.