

ANÁLISE COMPARATIVA DE CONTROLADORES APLICADOS A SISTEMA DE AUTO EQUILÍBRIO

Guilherm Fraga, guifraga10@hotmail.com
Hugo Bernardino da Silva, hugobernardino@gmail.com
Marius David Covelli Filho, mariusfilho452@hotmail.com
Renan de Freitas, freitas_107@hotmail.com
Ricardo Pires, ricardopires@ieee.org

IFSP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. Departamento de Engenharia de Controle e Automação. Rua Pedro Vicente, 625 – Canindé, São Paulo/SP, Brasil, 01109-010.

RESUMO. Este artigo apresenta o estudo comparativo de controladores utilizando programas de computador aplicados a um sistema de auto equilíbrio, *self-balance robot* (SBR), comparando entre si técnicas de controle quanto à eficiência. Neste trabalho, é desenvolvida a modelagem do sistema para realizar a comparação de controladores PID com as técnicas de Regulador Linear Quadrático (LQR), observando o sobressinal e o tempo de estabilização da resposta, com o objetivo de o robô estar sempre perpendicular com o eixo horizontal diante de um valor referencial pré-selecionado (referência angular 0° considerando o eixo perpendicular ao solo).

Palavras-chave: Auto Equilíbrio, PID, LQR, Estabilidade.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, vários veículos de transporte têm surgido juntamente com o avanço da ciência e a melhoria no padrão de vida das pessoas. No entanto, em alguns locais como parques de diversões, praças e campi de universidades, onde o percurso é muito longo para se caminhar e não é possível a utilização de meios de transportes convencionais, alternativas para deslocamento podem ser consideradas (ZHOU, LI, 2009).

Para realizar o transporte nessas localidades, uma das alternativas seria a utilização do *self-balance robot* (SBR), pois trata-se de um sistema que apresenta um baixo consumo de energia sem a utilização de combustíveis fósseis, além de se tratar de um veículo silencioso, estável e seguro (BEDFORD, 2009). Sua concepção permite que o condutor se movimente com segurança para frente e para trás, estando sempre em pé, com uma simples inclinação do corpo. Para realizar curva à esquerda e à direita, basta manusear um único comando localizado no punho esquerdo do guidão (Segway West Tours, 2012), como demonstrado na Fig. 1.



Figura 1. Modelo Comercial Segway West Tours (adaptado de Segway West Tours, 2012).

Outras aplicações nas quais os controladores estudados podem ser utilizados são sistemas de equilíbrio em exoesqueletos para pessoas com movimentação limitada, foguetes e *drones* (ZHAO, 2008).

O sistema consiste de dois motores independentes, um *driver* de potência, um controlador, um sensor de ângulo de inclinação e de rotação, duas rodas paralelas, eixos independentes com centro de gravidade acima das rodas. (ZHAO, 2008).

A novidade e o desafio de implementar controladores para este tipo de sistema vem atraindo a atenção de pesquisadores. Isto se iniciou com o robô Joe (ARRIGO, 2002), cuja modelagem do sistema foi estudada, bem como sua dinâmica, embasando o estudo de controladores para estabilização da estrutura (JUN, 2010) e para o robô nBot (ANDERSON, 2012) que tem como objetivo equilibrar o sistema, mantendo o centro de massa estável por meio do movimento das rodas.



Figura 2. Sistema a ser controlado.

O SBR pode ser considerado como um robô pelo fato de que, sem a sua capacidade de sensoriamento e controle inteligente (fatores que acompanham todos os tipos de robôs), ele não consegue obedecer ao seu propósito que é estar na sua posição vertical, sem inclinar-se para nenhum dos lados (JUANG, 2013).

Diversas técnicas de controle que surgiram têm por objetivo obter os melhores valores dos parâmetros do controlador para rastrear trajetórias ou rejeitar perturbações, como controle PID, Controles Fuzzy e Neuro-Fuzzy, LQR e compensadores (VASCONCELOS, ALMEIDA, 2012).

Para realizar o controle do corpo que se deseja equilibrar, o ângulo de inclinação deve ser corrigido sempre para a posição vertical, regulando-se a velocidade dos motores em que a estrutura está apoiada (JUANG, 2013).

Um modo de medir a inclinação é com a utilização de um giroscópio (ZHOU, LI, 2009), o qual é um sensor que fornece a velocidade angular de rotação do corpo que está em movimento. Integrando-se este sinal, obtém-se o valor do ângulo de inclinação (θ) em que se encontra o robô (JUANG, 2013).

2. DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, é apresentado, de forma cronológica, o desenvolvimento do trabalho.

2.1. MODELAGEM DA DINÂMICA DO ROBÔ

Para se projetar os controladores, o modelo dinâmico do robô tem de ser conhecido. Inicialmente, a modelagem foi obtida tendo-se o deslocamento linear do robô como entrada e a variação angular da inclinação do robô como saída.

Como mostrado em (TOMAŠIĆ, 2012), as principais equações que caracterizam a dinâmica do robô, seguem abaixo, extraídas das Fig. (3) e (4):

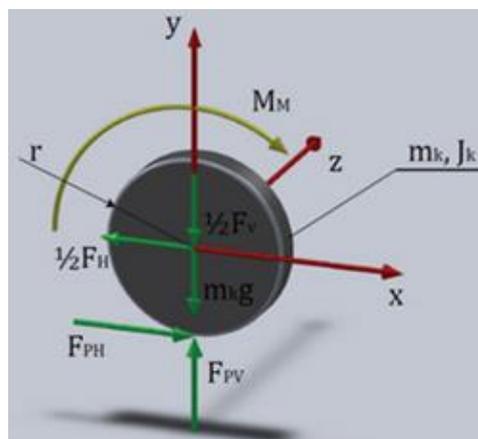


Figura 3. Forças e torques nas rodas. (TOMAŠIĆ, 2012)

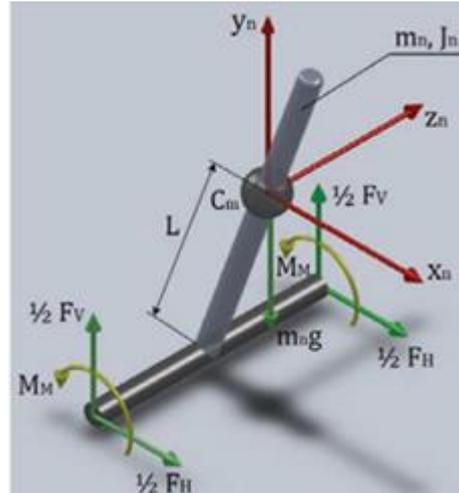


Figura 4. Forças e torques na estrutura. (TOMAŠIĆ, 2012)

As forças que atuarão no sistema podem ser escritas como:

$$\sum F_x = 0: m_k \ddot{x} = \frac{-1}{2} F_H + F_{pH} - b \dot{x} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0: m_k \ddot{y} = F_{pV} - \frac{1}{2} F_V - m_k g \quad (2)$$

$$\sum M_T = 0: J_k \ddot{\theta}_k = M_m - F_{pH} r \quad (3)$$

Para a dinâmica da roda, tem-se:

$$\sum F_x = 0: m_n \ddot{x}_n = F_H \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0: m_n \ddot{y}_n = F_V - m_n g \quad (5)$$

Depois de combinar as equações 1-5, são obtidas duas equações de movimento:

$$(J_n + L^2 m_n) \ddot{\theta} = -L m_n \dot{x} + g L m_n \theta - 2 M_m \quad (6)$$

$$\left(m_k + \frac{J_k}{R^2} + \frac{1}{2} m_n \right) \ddot{x} = \frac{M_m}{R} + \frac{1}{2} m_n L \cos \theta \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m_n L \sin \theta \dot{\theta}^2 - b \dot{x} \quad (7)$$

A fim de simplificar o projeto do controlador, as equações não-lineares do movimento necessitam ser linearizadas. O estado desejado do sistema é aquele em que o ângulo é pequeno e próximo de 0 grau.

Portanto assume-se $\sin \theta = \theta$, $\cos \theta = 1$ e $\dot{\theta}^2 = 0$, para obter-se as seguintes equações linearizadas:

$$(J_n + L^2 m_n) \ddot{\theta} = -L m_n \dot{x} + g L m_n \theta - 2 M_m \quad (8)$$

$$\left(m_k + \frac{J_k}{R^2} + \frac{1}{2} m_n \right) \ddot{x} = \frac{M_m}{R} - \frac{1}{2} m_n L \dot{\theta} - b \dot{x} \quad (9)$$

$$A \theta = B' x + g L m_n \theta - 2 M_m \quad (10)$$

$$C x = \frac{M_m}{R} - \frac{1}{2} m_n L \dot{\theta} - b \dot{x} \quad (11)$$

$$A\dot{\theta} = -B\dot{x} + B_g\theta - 2M_m \quad (12)$$

$$Cx = \frac{M_m}{R} - \frac{1}{2}m_nL\dot{\theta} - b\dot{x} \quad (13)$$

$$A\dot{\theta} = -B\dot{x} + B_g\theta - 2R\left(Cx + \frac{1}{2}B\dot{\theta} + b\dot{x}\right) \quad (14)$$

$$A\theta(S)s^2 = -BX(S)s^2 + B_g\theta(S) - 2RCX(S) - RB\theta(S)s^2 - 2RbX(S)s \quad (15)$$

$$\theta(S)(As^2 - B_g + Rbs^2) = X(S)(-Bs^2 - 2RC - 2Rbs) \quad (16)$$

Portanto a função de transferência da estrutura que relaciona o deslocamento linear como entrada e o ângulo de inclinação da estrutura como saída é apresentada pelo diagrama de blocos da Fig.5 e descrita pela Eq.(17):

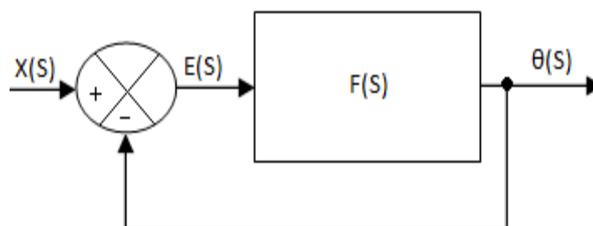


Figura 5. Diagrama de blocos do sistema.

$$F(S) = \frac{\theta(S)}{X(S)} = \frac{s^2\left(-Lm_n - 2R\left(m_k + \frac{J_k}{R^2} + \frac{1}{2}m_n\right)\right) - 2Rbs}{s^2(J_n + L^2m_n) + 2RLm_n - B_g} \quad (17)$$

2.2. SIMULAÇÃO:

Após a conclusão da modelagem, foram atribuídos os parâmetros de acordo com as medições realizadas na estrutura do robô mostrada na Fig. 2. Os valores utilizados para os parâmetros referem-se ao motor JGA25-37 e encontram-se na Tab. 1.

Tabela 1. Parâmetros do Sistema.

Parâmetro	Abreviação	Valor	Unidade
Torque aplicado na estrutura	Mm	1	Kgf.m
Massa da roda	Mk	0,05	Kg
Massa da estrutura e motores	Mn	0,65	Kg
Momento de Inércia da Roda	Jk	0,00163	Kg.m ²
Momento de Inércia da Estrutura	Jn	0,006	Kg.m ²
Gravidade	g	9,8	m/s ²
Centro de Massa da Estrutura	L	0,103	m
Raio da Roda	r	0,0325	m

Resistência da Armadura	Ra	27	Ω
Indutância da Armadura	La	0,67	H
Constante do Motor	Kb	0,0946	-
Constante de Torque do Motor	Kt	0,0946	-
Momento de Inércia do Motor	J	0,0006	Kg.m ²

Com isso, obteve-se a função de transferência parametrizada abaixo:

$$\frac{\theta(S)}{X(S)} = \frac{-0.06695s^2 - 0.0065s - 0.1244}{0.01137s^2 - 0.6561} \quad (18)$$

Para realizar a simulação, considerou-se que a amplitude do ângulo da estrutura será pequena, que é a condição em que o modelo linearizado é válido.

Assim, obteve-se o mapa de polos e zeros da função de transferência de malha aberta através da Eq.(18) e em seguida foi aplicado um impulso ao sistema, apresentado na Fig. 7:

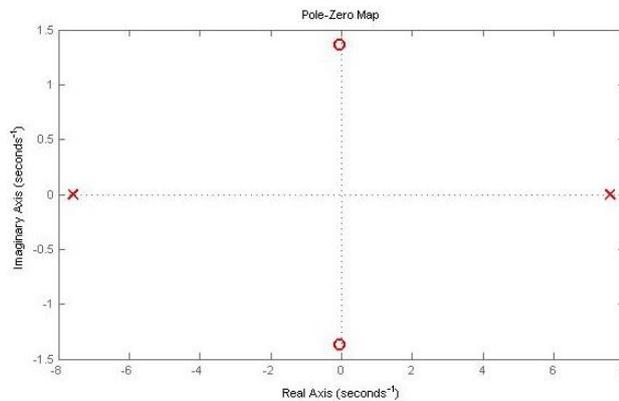


Figura 6. Mapa dos polos e zeros da estrutura em malha aberta

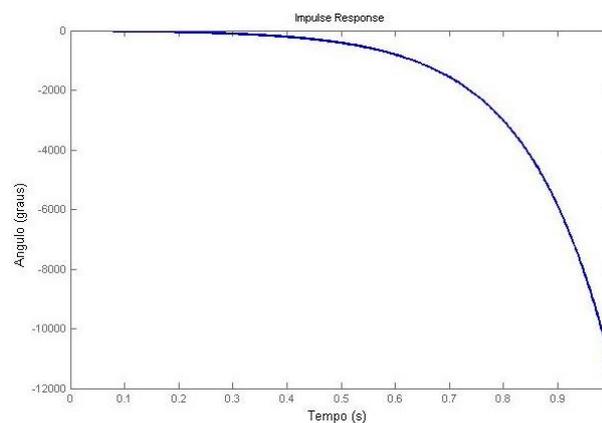


Figura 7. Resposta do sistema a entrada impulso em malha aberta

A partir do mapa de polos e zeros da Fig. 6, observou-se que o sistema é instável devido a presença de um polo no semiplano direito. A resposta do sistema em malha aberta representa o funcionamento do SBR sem os controladores onde o sistema inicialmente em 0 grau sai da condição de equilíbrio em pouco mais de 1 segundo, exigindo portanto o uso de controladores para que o sistema estabilize-se. Apesar de a variação aumentar passando 12000 graus (33.3 rotações), o modelo é válido apenas para ângulos pequenos, portanto o gráfico não representa perfeitamente o comportamento do sistema para ângulos fora dessa condição.

Para estabilizar o sistema, utilizou-se um controlador PID. Este controlador foi escolhido por ser amplamente utilizado na indústria e ter sido amplamente utilizado neste tipo de sistema. Os ganhos do controlador foram estruturados com um ganho proporcional mais alto que os ganhos integrais e derivativos para poder ajustar a estabilidade do sistema de acordo com a Tab.2 (adaptado de Inverted Pendulum: PID Controller Design, 2012).

Tabela 2. Ganhos do Controlador PID.

Kp	Ki	Kd
100	1	20

Assim, obteve-se o diagrama de blocos do sistema integrado ao controlador PID representado na Fig. 8 já parametrizado:

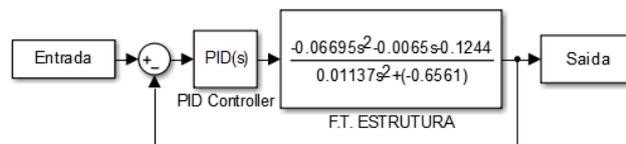


Figura 8. Diagrama de Blocos do Sistema

Após a implantação do controlador PID, o mapa de polos e zeros e a resposta do sistema a uma entrada degrau comportaram-se de acordo com as Fig. 9 e 10:

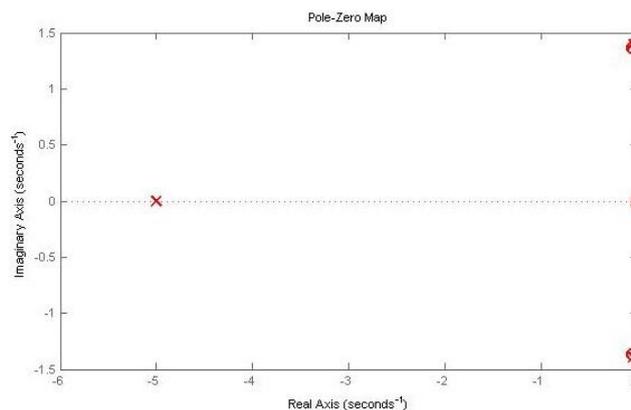


Figura 9. Mapa dos polos e zeros do sistema em malha fechada com controlador PID.

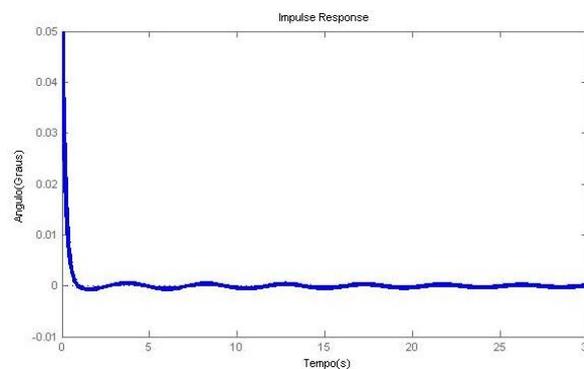


Figura 10. Resposta do sistema a entrada impulso em malha fechada com controlador PID

Agora, com o sistema estável e em malha fechada, a resposta ilustra que, mesmo com o distúrbio representado pelo impulso aplicado na entrada do sistema, o SBR busca a condição de equilíbrio.

O segundo controlador a ser testado foi o LQR. Este tipo de controle moderno vem sendo utilizado por sua sofisticação e a possibilidade de bons resultados na estabilização de sistemas similares (TOMAŠIĆ, 2012).

O projeto dos controladores foi feito no Matlab (MATLAB version 7.4.0.287. License number 161051, IFSP. Natick, Massachusetts: The Math Works Inc., 2007.) ,onde a função de transferência foi distribuída em matrizes de espaço de estados onde as variáveis de estado são deslocamento x , velocidade \dot{x} , deslocamento angular Θ e velocidade angular $\dot{\theta}$. Foi verificada a controlabilidade e observabilidade do sistema, e a matriz de ganho K é igual a função LQR (A,B,Q,R) no Matlab, onde a configuração mais simples foi adotada assumindo os parâmetros $R = 1$ e $Q = C^*C$, que considera de igual importância as variáveis de estado da saída.

Após a sua implementação, o sistema em malha fechada apresentou a seguinte distribuição de polos e zeros, apresentados na Fig. 11:

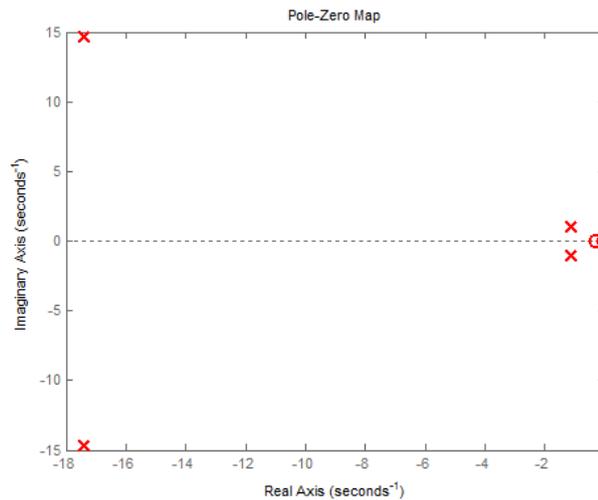


Figura 11. Mapa dos polos e zeros do sistema em malha fechada com controlador LQR

Assim como no PID, foi aplicado um impulso na entrada da malha de controle, para simular a resposta do sistema a distúrbios. O sistema apresentou a seguinte resposta ao impulso aplicado, como apresentado na Fig. 12:

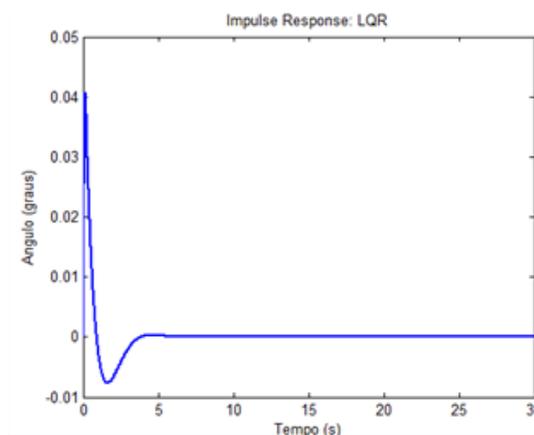


Figura 12. Resposta do sistema a entrada impulso em malha fechada com controlador LQR

3. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Ambos os controladores estabilizaram o sistema. Todavia, pode-se observar que a resposta do PID foi mais rápida, não obstante a resposta em regime conter uma pequena oscilação.

A resposta do controlador LQR gerou um sobressinal considerável e maior que o do PID, porém a despeito de levar aproximadamente 3,5 segundos para entrar em regime, a saída do controlador LQR foi mais precisa e praticamente sem variação.

4. CONCLUSÃO

Cada um dos controladores avaliados possui características distintas e a escolha do melhor está em função da aplicação e das necessidades do sistema em questão.

Para sistemas que requerem uma menor precisão e reduzido tempo de resposta, a melhor aplicação seria do PID. Para sistemas que requerem regime estacionário mais preciso e o tempo não é o principal fator, o LQR torna-se a melhor opção.

5. FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

Partindo dos princípios desenvolvidos neste artigo, a comparação de resultados também será feita por meio de um experimento prático usando um protótipo. Os controladores serão embarcados em um computador Raspberry Pi, utilizando-se da estrutura apresentada neste artigo, como na Fig. 2. Será comparado o desempenho teórico dos controladores, saindo-se do ambiente virtual de simulação, analisando-se a real aplicabilidade destes a um sistema físico real.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bedford, A. (2009). **Segway Simply Moving**. Disponível: <http://segway.com>. Último acesso: 12/04/2014.
- David P. Anderson. (14 setembro 2013). **nBot Balancing Robot**. Disponível: <http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/>. Último acesso: 13/06/2014.
- Grasser, F ; Arrigo, A ; Colombi, S. (2002). **JOE: A Mobile, Inverted Pendulum**. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 49 (1), P107 - 114.
- Hau-Shiue Juang ; Kai-Yew Lum . (2013). **Design and control of a two-wheel self-balancing robot using the arduino microcontroller board** . International Conference on Control and Automation. 1 (1), p634 - 639. Jianwei Zhao ; XiaoGang Ruan. (2008). **The control and design of Dual - wheel upright self-balance Robot** . World Congress on Intelligent Control and Automation. 7 (1), p4172-4177.
- Messner, B ; Tilbury, D. **Inverted Pendulum: PID Controller Design**. Disponível: <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=InvertedPendulum§ion=ControlPID>. Último acesso: 16/06/2014.
- Segway West Tours. (2012). Disponível: <http://segwaywesttours.com>. Último Acesso: 09/06/2014.
- Sun Jun ; Wan Minglun . (2010). **Modeling and Simulation for Self-Balance System** . International Conference on Digital Manufacturing and Automation. 1 (1), p951 - 955.
- Tomašić, Tomislav; Demetlika, Andrea; Crneković, Mladen. (2012). **Self-Balancing Mobile Robot Tilter**. Transactions of Famena. 36 (3), p23.
- Vasconcelos, V. ; Almeida, G. ; Quadros, M ; Amaral, R. (2012). **Controle de um Sistema Pêndulo Invertido usando Controladores Inteligentes**. Congresso Nacional Brasileiro de Educação em Engenharia. 40 (1), p70 - 82.

7. NOTA DE RESPONSABILIDADE

Os autores Guilherme Fraga, Hugo Bernardino da Silva, Marius David Covelli Filho, Renan de Freitas e Ricardo Pires, são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste artigo.